

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О.М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до виконання практичних робіт

із розділу

«Молекулярна фізика і термодинаміка»

з дисциплін

«ФІЗИКА» та «ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА»

(для студентів 1 курсу денної та 1 – 2 курсів заочної форм навчання бакалаврів за спеціальностями:

101 – Екологія,

122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології,

141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка,

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології,

183 – Технології захисту навколишнього середовища,

185 – Нафтогазова інженерія та технології,

192 – Будівництво та цивільна інженерія,

193 – Геодезія та землеустрій,

206 – Садово-паркове господарство,

263 – Цивільна безпека,

275 – Транспортні технології)

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2019

Методичні рекомендації до виконання практичних робіт із розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка» з дисциплін «Фізика» та «Загальна фізика» (для студентів 1 курсу денної та 1 – 2 курсів заочної форм навчання бакалаврів за спеціальностями: 101 – Екологія, 122 – Комп’ютерні науки та інформаційні технології, 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 151 – Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології, 183 – Технології захисту навколишнього середовища, 185 – Нафтогазова інженерія та технології, 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 193 – Геодезія та землеустрій, 206 – Садово-паркове господарство, 263 – Цивільна безпека, 275 – Транспортні технології) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад: О. М. Петченко, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 35 с.

Укладачі: д-р фіз.-мат. наук, проф. О. М. Петченко,
канд. фіз.-мат. наук, доц. Є. І. Назаренко,
канд. фіз.-мат. наук, доц. Є. С. Орел

Рецензент

А. В. Безуглий, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою фізики, протокол № 4 від 30 жовтня 2017 р.

ЗМІСТ

Передмова	4
Умовні позначення	5
1 Основні закони і формули	5
1.1 Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.....	5
1.2. Енергія теплового руху молекул (внутрішня енергія) газу.....	6
1.3 Перший закон термодинаміки.....	6
1.4 Рівняння Менделєєва – Клапейрона для ідеального газу.....	6
Приклади розв’язування задач	8
Список рекомендованої літератури	35

Передмова

При вивченні курсу фізики розв'язуванню задач приділяється велика увага. Розв'язування і аналіз задач дозволяє зрозуміти і запам'ятати основні закони і формули фізики, а також створити уявлення про їх характерні особливості і границі їх застосовності. Задачі розвивають навички при вирішенні конкретних питань, що мають практичне і пізнавальне значення. Це необхідно студенту в аудиторній та самостійній роботі, а також у формуванні раціонального підходу до розв'язання задач. Вміння розв'язувати задачі є напевно найкращим критерієм оцінки глибини вивчення теоретичного матеріалу та його засвоєння. Разом з тим, для розв'язання задач недостатньо формального знання фізичних законів. В окремих випадках необхідні знання спеціальних методів, прийомів, загальних для розв'язання окремих груп задач. При відсутності останніх головним стає здатність аналітичного мислення, вміння проявити інтуїцію, винахідливість тощо.

В наведених рекомендаціях теоретичний матеріал, що використовується при розв'язанні задач подається в стислому вигляді, оскільки припускається, що студент більш повну інформацію отримує з підручників, конспекта лекцій тощо.

Усі розв'язання побудовані за планом: складання необхідних рівнянь, розв'язування їх у загальному вигляді, підставлення числових значень.

Оскільки при викладанні фізики нині дається перевага одиницям СІ, то задачі розв'язані саме в цій системі.

Передік умовних позначень

M_0 – маса молекули, кг	c – питома теплоємність речовини, Дж/(кг·К)
M – маса речовини, кг	Q – кількість тепла, Дж
μ – молярна маса, кг/моль	U – внутрішня енергія, Дж
n – концентрація молекул, м ⁻³	A_{12} – робота, Дж
p – тиск, Па	ρ – густина речовини, кг/м ³
V – об'єм, м ³	i – число ступенів вільності молекули
T – абсолютна температура, К	C – молярна теплоємність речовини, Дж/(моль·К)

Перелік основних констант

$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро;
 $k = R / N_A = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана;
 $R = 8,31441$ Дж/(моль·К) – універсальна газова стала.

У задачах часто стан газу порівнюють із станом його за нормальних умов: $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па (760 мм рт.ст.); $T_0 = 273$ К (0° С); $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3}$ м³ (об'єм 1 моля довільного газу за нормальних умов).

1 Основні закони і формули

1.1 Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2},$$

де $\langle E_k \rangle = m_0 \langle v^2 \rangle / 2$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули,
 $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3RT / \mu} = \sqrt{3kT / m_0}$ – середня квадратична швидкість молекули.

З урахуванням того, що середня кінетична енергія $\langle E_k \rangle$ пропорційна абсолютній температурі T і у випадку одноатомної молекули визначається формулою:

$$\langle E_k \rangle = 3kT / 2,$$

рівняння для тиску можна подати у вигляді:

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}.$$

У загальному випадку $\langle E_k \rangle = i k T / 2$.

Закон Дальтона. Тиск p суміші n газів дорівнює сумі парціальних тисків p_i , $i=1,2,\dots,n$ кожного із газів, що входять до суміші.

Парціальний тиск газу – це той тиск, який спричиняв би цей газ, якби тільки він знаходився у посудині, зайнятою сумішшю

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i .$$

Барометрична формула для обчислення тиску p в залежності від висоти над рівнем моря h :

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$

де p_0 тиск на рівні моря.

1.2. Енергія теплового руху молекул (внутрішня енергія) газу

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT = \frac{m}{\mu} C_V T ,$$

де $C_V = i R/2$ – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі.

Молярна теплоємність газу при сталому тиску:

$$C_P = C_V + R = (i + 2)R / 2 .$$

1.3 Перший закон термодинаміки

Кількість тепла Q , отримана системою, іде на збільшення її внутрішньої енергії $\Delta U = U_2 - U_1$ і на виконання роботи A_{12} системою над зовнішнім середовищем

$$Q = \Delta U + A_{12} ,$$

де $A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ – робота системи при зміні об'єму газу від V_1 до V_2 .

1.4 Рівняння Менделєєва – Клапейрона для ідеального газу

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

Поділивши обидві частини рівняння на T маємо:

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R .$$

Якщо маса газу не змінюється $m = const$, то одержуємо формулу Клапейрона:

$$\frac{pV}{T} = \text{const},$$

яку для двох станів газу з параметрами p_1, V_1, T_1 та p_2, V_2, T_2 можна записати у вигляді:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

За умови незмінної маси $m = \text{const}$ та у залежності від значень інших параметрів газу V, p, T розрізняють процеси ізохоричний, ізобаричний та ізотермічний. Вважаючи відповідний параметр сталим із формули Клапейрона одержуємо відомі із шкільного курсу фізики закони.

Ізохоричний процес ($V = \text{const}$). Виконується закон Шарля:

$$\frac{p}{T} = \text{const} \text{ або } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Оскільки об'єм газу не змінюється, то робота системою не виконується $A_{12} = 0$. Перший закон термодинаміки має вигляд:

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T,$$

де $\Delta T = T_2 - T_1$.

Ізобаричний процес ($p = \text{const}$). Виконується закон Гей-Люссака:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \text{ або } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Робота при такому процесі:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) = p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

Перший закон термодинаміки має вигляд:

$$Q = \Delta U + A_{12} = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} (C_V + R) \Delta T = \frac{m}{\mu} C_P \Delta T.$$

Ізотермічний процес ($T = \text{const}$). Виконується закон Бойля–Маріотта:

$$pV = \text{const} \text{ або } p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Оскільки температура, а відповідно і внутрішня енергія газу при ізотермічному процесі не змінюються, перший закон термодинаміки має вигляд:

$$Q = A_{12}.$$

Робота при ізотермічному процесі може бути обрахована за однією із поданих формул:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \frac{m}{\mu} R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = \\
&= \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2 V_2 \ln \frac{p_1}{p_2}.
\end{aligned}$$

Адіабатичний процес ($Q=0$). Процес, що проходить без теплообміну із зовнішнім середовищем називається адіабатичним.

Перший закон термодинаміки має вигляд:

$$Q = \Delta U + A_{12} = 0.$$

Стан газу описується рівнянням Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const} \quad \text{або} \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad \text{або} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma,$$

де $\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i$ – показник адіабати (коефіцієнт Пуассона).

Рівняння Пуассона можна подати ще в іншому вигляді:

$$\begin{aligned}
TV^{\gamma-1} &= \text{const} \quad \text{або} \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad \text{або} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}; \\
Tp^{(1-\gamma)/\gamma} &= \text{const} \quad \text{або} \quad T_1 p_1^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 p_2^{(1-\gamma)/\gamma}, \\
&\text{або} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(1-\gamma)/\gamma}.
\end{aligned}$$

Робота, що виконується при адіабатичній зміні об'єму газу може бути знайдена за формулою.

$$\begin{aligned}
A_{12} &= \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \\
&= \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right).
\end{aligned}$$

2 Приклади розв'язування задач

ЗАДАЧА 1. Знайти масу m повітря в аудиторії висотою $h=5$ м і площею підлоги $S=200$ м², Тиск повітря $p=100$ кПа, температура в приміщенні $t=17^\circ\text{C}$. Молярна маса повітря $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Дано: $h=5$ м, $S=200$ м², $p=100$ кПа, $t=17^\circ\text{C}$, $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Знайти m .

Розв'язання

Із рівняння Менделєєва – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu}RT$ знайдемо масу враховуючи, що об'єм приміщення дорівнює $V=Sh$, а абсолютна температура у шкалі Кельвіна дорівнює $T=t+273$,

$$m = \frac{pV\mu}{RT} = \frac{pSh\mu}{RT} = \frac{10^5 \cdot 200 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot (17 + 273)} = 1203 \text{ кг.}$$

Відповідь: $m = 1203 \text{ кг.}$

ЗАДАЧА 2. У скільки разів густина ρ_1 повітря в приміщенні взимку ($t_1 = 7^\circ \text{C}$) більша за його густину ρ_2 влітку ($t_2 = 37^\circ \text{C}$)? Тиск газу вважати сталим.
Дано: $t_1 = 7^\circ \text{C}$, $t_2 = 37^\circ \text{C}$, $p = \text{const.}$ Знайти ρ_1/ρ_2 .

Розв'язання

Із рівняння Менделєєва – Клапейрона $pV = mRT/\mu$, поділивши обидві його частини на об'єм:

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{\mu} = \left| \rho = \frac{m}{V} \right| = \rho \frac{RT}{\mu},$$

знайдемо вираз для густини $\rho = \frac{p\mu}{RT}$.

Записавши цей вираз для стану повітря взимку p_1 , T_1 , ρ_1 і влітку p_2 , T_2 , ρ_2 , та враховуючи умову $p_1 = p_2 = p$, маємо

$$\rho_1 = \frac{p\mu}{RT_1}, \quad \rho_2 = \frac{p\mu}{RT_2}.$$

Поділивши перший вираз на другий, маємо:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{37 + 273}{7 + 273} = \frac{310}{280} = 1,107 \approx 1,1.$$

Відповідь: $\rho_1/\rho_2 = 1,1$.

ЗАДАЧА 3. У закритому балоні об'ємом $V = 1 \text{ м}^3$ знаходиться маса $m_1 = 1,6 \text{ кг}$ кисню і маса $m_2 = 0,9 \text{ кг}$ води. Знайти тиск p у балоні при температурі $t = 500^\circ \text{C}$ знаючи, що при цій температурі вся вода перетворилася на пару. Молярна маса кисню $\mu_1 = \mu(\text{O}_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, молярна маса водяної пари $\mu_2 = \mu(\text{H}_2\text{O}) = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Дано: $V = 1 \text{ м}^3$, $m_1 = 1,6 \text{ кг}$, $m_2 = 0,9 \text{ кг}$, $t = 500^\circ \text{C}$, $\mu_1 = \mu(\text{O}_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $\mu_2 = \mu(\text{H}_2\text{O}) = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти p .

Розв'язання

За законом Дальтона тиск p газу у балоні буде дорівнювати сумі парціальних тисків кисню p_1 і водяної пари p_2 ,

$$p = p_1 + p_2.$$

Записавши для кожного газу окремо рівняння Менделєєва – Клапейрона з урахуванням того, що $V=V_1=V_2$ та $T=T_1=T_2$, маємо:

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V}, \quad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V},$$

$$p = p_1 + p_2 = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{RT}{V} =$$

$$= \left(\frac{1,6}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,9}{18 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot (500 + 273)}{1} = 642363 \text{ Па.}$$

Відповідь: $p \approx 640 \text{ кПа}$.

ЗАДАЧА 4. Знайти масу молекули кисню, масу атома кисню.

Дано: $\mu(O_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти m , m_0 .

Розв'язання

Оскільки молярна маса кисню становить $\mu(O_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, а у кожному молі речовини міститься однакова кількість молекул, а саме рівна числу Авогадро N_A , то масу однієї молекули кисню O_2 знайдемо за формулою:

$$m = \frac{\mu}{N_A} = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23}} = 5,33 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Враховуючи, що молекула кисню складається із двох атомів кисню, маса атома кисню буде удвічі менша:

$$m_0 = \frac{m}{2} = \frac{5,33 \cdot 10^{-26}}{2} = 2,67 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Відповідь: $m = 5,55 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$, $m_0 = 2,67 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

ЗАДАЧА 5. Яке число молекул N знаходиться у кімнаті об'ємом $V=80 \text{ м}^3$ при температурі $t_1=17^\circ\text{C}$ і тиску $p=100 \text{ кПа}$?

Дано: $V=80 \text{ м}^3$, $t_1=17^\circ\text{C}$, $p=100 \text{ кПа}$. Знайти N .

Розв'язання

Із рівняння Менделєєва – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ знайдемо, скільки молів m/μ газу міститься у об'ємі кімнати:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{pV}{RT}.$$

Враховуючи, що кожен моль речовини складається із N_A молекул, маємо:

$$N = N_A \frac{m}{\mu} = \frac{N_A pV}{RT} = \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot 10^5 \cdot 80}{8,31 \cdot (17 + 273)} = 2 \cdot 10^{27} \text{ молекул.}$$

Відповідь: $N=2 \cdot 10^{27}$.

ЗАДАЧА 6. Знайти концентрацію молекул водню у балоні, якщо тиск $p=266,6 \text{ Па}$, а середня квадратична швидкість його молекул $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 240 \text{ м/с}$.

Дано: $p=266,6 \text{ Па}$, $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 240 \text{ м/с}$, $\mu(\text{H}_2) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти n .

Розв'язання

Із виразу для тиску

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2},$$

де $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$ – маса однієї молекули; знайдемо концентрацію молекул:

$$n = \frac{3p}{m_0 \langle v^2 \rangle} = \frac{3p N_A}{\mu \langle v^2 \rangle} = \frac{3 \cdot 266,6 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 240^2} \approx 4,2 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

Відповідь: $n \approx 4,2 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

ЗАДАЧА 7. Середня квадратична швидкість молекул деякого газу $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 450 \text{ м/с}$. Тиск газу $p=50 \text{ кПа}$. Знайти густину газу за таких умов.

Дано: $p=50 \text{ кПа}$, $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 450 \text{ м/с}$. Знайти ρ .

Розв'язання

За означенням густина ρ газу – це маса одиниці об'єму газу. Тому густину можна знайти знаючи масу однієї молекули m_0 і кількість таких молекул у одиниці об'єму, тобто концентрацію n :

$$\rho = m_0 n.$$

Із рівняння для тиску

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}$$

виведемо формулу для концентрації молекул:

$$n = \frac{3p}{m_0 \langle v^2 \rangle}.$$

Отже, для густини знаходимо:

$$\rho = m_0 n = m_0 \frac{3p}{m_0 \langle v^2 \rangle} = \frac{3p}{\langle v^2 \rangle} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^4}{450^2} = 0,74 \text{ кг/м}^3.$$

Відповідь: $\rho = 0,74 \text{ кг/м}^3$.

ЗАДАЧА 8. Знайти внутрішню енергію U маси $m=20$ г кисню при температурі $t_1=17^\circ\text{C}$. Яка частина цієї енергії припадає на поступальний рух молекул і яка – на обертальний?

Дано: $m=20$ г, $t_1=17^\circ\text{C}$, $\mu(\text{O}_2)=32\cdot10^{-3}$ кг/моль. Знайти U , $U_{\text{пост}}$, $U_{\text{оберт}}$.

Розв'язання

Внутрішню енергію кисню знайдемо за формулою:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT.$$

Оскільки кисень – двоатомний газ, то кількість ступенів вільності $i=5$. Причому на поступальний рух припадає $i=3$, на обертальний $i=2$. Молярна маса кисню $\mu(\text{O}_2)=32\cdot10^{-3}$ кг/моль. Підставивши у формулу, маємо:

$$U = \frac{5}{2} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot (17 + 273) = 3765 \text{ Дж.}$$

На поступальний рух припадає

$$U_{\text{пост}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot (17 + 273) = 2259 \text{ Дж,}$$

на обертальний –

$$U_{\text{оберт}} = \frac{2}{2} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot (17 + 273) = 1506 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $U = 3765$ Дж, $U_{\text{пост}} = 2259$ Дж, $U_{\text{оберт}} = 1506$ Дж.

ЗАДАЧА 9. Енергія поступального руху молекул азоту, що знаходиться у балоні об'ємом $V=20$ л, $U=5$ кДж, а середня квадратична швидкість його молекул $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 2000$ м/с. Знайти масу m азоту у балоні та тиск p , під яким він знаходиться.

Дано: $V=20$ л, $U=5$ кДж, $\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 2000$ м/с, $\mu(\text{N}_2)=28\cdot10^{-3}$ кг/моль. Знайти m , p .

Розв'язання

Енергія поступального руху – це кінетична енергія $U = m \langle v^2 \rangle / 2$, звідки:

$$m = \frac{2U}{\langle v^2 \rangle} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^3}{(2 \cdot 10^3)^2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Енергію поступального руху можна також записати на основі загальної формули для внутрішньої енергії враховуючи, що поступальних ступенів свободи $i=3$:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT.$$

Із рівняння Менделєєва – Клапейрона знайдемо тиск

$$p = \frac{m}{\mu} RT \cdot \frac{1}{V}.$$

Із формули для внутрішньої енергії $\frac{m}{\mu} RT = \frac{2U}{3}$.

$$\text{Тоді } p = \frac{2U}{3V} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^3}{3 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 0,167 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Відповідь: $p = 167 \text{ кПа}$.

ЗАДАЧА 10. Знайти питому теплоємність кисню c для а) $V = \text{const}$; б) $p = \text{const}$.

Дано: $\mu(O_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти c .

Розв'язання

Питома теплоємність – це кількість тепла, яку потрібно передати одному кілограму речовини, щоб збільшити її температуру на один градус. Питома теплоємність пов'язана з молярною теплоємністю виразом $c = C/\mu$. При сталому об'ємі і сталому тиску цю формулу можна записати відповідно як

$$c_V = C_V/\mu, \quad c_p = C_p/\mu.$$

Оскільки кисень – двохатомний газ, то кількість ступенів вільності $i=5$. Молярні теплоємності дорівнюють:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = C_V + R = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R.$$

Тоді

$$c_V = \frac{iR}{2\mu} = \frac{5 \cdot 8,31}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} \approx 650 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)},$$

$$c_p = \frac{(i+2)R}{2\mu} = \frac{(5+2) \cdot 8,31}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} \approx 910 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Відповідь: $c_V = 650 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$, $c_p = 910 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$.

ЗАДАЧА 11. Знайти відношення c_p/c_V для газової суміші, що складається із маси $m_1 = 8 \text{ г}$ гелію і маси $m_2 = 16 \text{ г}$ кисню.

Дано: $m_1 = 8 \text{ г}$, $m_2 = 16 \text{ г}$, $\mu_1(He) = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $\mu_2(O_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти c_p/c_V .

Розв'язання

Внутрішні енергії компонент суміші визначають за такими формулами:

$$U_1 = \frac{i_1}{2} \cdot \frac{m_1}{\mu_1} RT, \quad U_2 = \frac{i_2}{2} \cdot \frac{m_2}{\mu_2} RT,$$

де i_1 і i_2 – число ступенів вільності кожного компонента.

Запишемо формулу для визначення внутрішньої енергії суміші газів:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{i_1}{2} \cdot \frac{m_1}{\mu_1} RT + \frac{i_2}{2} \cdot \frac{m_2}{\mu_2} RT.$$

З іншого боку

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT,$$

де i , $m = m_1 + m_2$, μ – число ступенів вільності, маса і молярна маса суміші газів відповідно.

Порівнюючи праві частини двох попередніх виразів, визначимо число ступенів вільності i суміші газів:

$$\begin{aligned} \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT &= \frac{i_1}{2} \cdot \frac{m_1}{\mu_1} RT + \frac{i_2}{2} \cdot \frac{m_2}{\mu_2} RT, \\ \frac{RT}{2} \cdot i \frac{m}{\mu} &= \frac{RT}{2} \left(i_1 \cdot \frac{m_1}{\mu_1} + i_2 \cdot \frac{m_2}{\mu_2} \right), \\ i &= \frac{i_1 \cdot \frac{m_1}{\mu_1} + i_2 \cdot \frac{m_2}{\mu_2}}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{3 \cdot \frac{8}{4} + 5 \cdot \frac{16}{32}}{\frac{8}{4} + \frac{16}{32}} = 3,4. \end{aligned}$$

При виведенні останньої формули був використаний той факт, що кількість речовини всієї суміші дорівнює сумі кількостей речовини кожного компонента:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \nu_1 + \nu_2 = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}.$$

Молярні теплоємності дорівнюють:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = C_V + R = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) R.$$

Їхнє відношення

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{i}{2} R + R}{\frac{i}{2} R} = \frac{i + 2}{i} = \frac{3,4 + 2}{3,4} \approx 1,59.$$

Відповідь: $\frac{C_p}{C_V} \approx 1,59.$

ЗАДАЧА 12. Маса $m=10$ г кисню знаходиться під тиском $p=0,3$ МПа і температурі $t=10$ С. Після нагрівання при $p=const$ газ зайняв об'єм $V_2=10$ л. Знайти кількість тепла Q , отриману газом, та енергію теплового руху молекул газу до U_1 і після U_2 нагрівання.

Дано: $m=10$ г, $p=0,3$ МПа, $V_2=10$ л, $p=const$, $t=10$ С. Знайти Q , U_1 і U_2 .

Розв'язання

Кількість тепла, отриманого газом

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1),$$

де $C_p=29,1$ Дж/(моль·К) – молярна теплоємність двоатомного газу (кисню) при сталому тиску.

Температуру T_2 знайдемо із рівняння стану газу до і після нагрівання:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2,$$

звідки $T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}$. Але $V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p}$. Тому

$$T_2 = \frac{V_2 \mu p}{mR} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 1156 \text{ К.}$$

Таким чином:

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 29,1 \cdot (1156 - 283) = 7900 \text{ Дж.}$$

З урахуванням того, що для двоатомного газу $i=5$, внутрішня енергія газу до U_1 і після U_2 нагрівання обчислюється за формулами:

$$U_1 = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 283 = 1800 \text{ Дж,}$$

$$U_2 = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} RT_2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 1156 = 7600 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $Q = 7900$ Дж, $U_1 = 1800$ Дж, $U_2 = 7600$ Дж.

ЗАДАЧА 13. У посудині об'ємом $V=2$ л знаходиться азот під тиском $p=0,1$ МПа. Яку кількість тепла Q треба передати азоту, щоб: а) при $p=const$ об'єм збільшився вдвічі, б) при $V=const$ тиск збільшився вдвічі?

Дано: $V=2$ л, $p=0,1$ МПа, а) при $p=const$, $V_2=2V_1$; б) при $V=const$, $p_2=2p_1$. Знайти Q .

Розв'язання

а) При $p = \text{const}$ маємо $Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T$. Але $pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$, $pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2$,

звідки $p\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T$, або $\frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{p\Delta V}{R}$.

Звідки $Q = \frac{p\Delta V C_p}{R} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 29,1}{8,31} = 700 \text{ Дж}$.

б) При $V = \text{const}$ маємо $Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T$.

Але $p_1 V = \frac{m}{\mu} RT_1$, $p_2 V = \frac{m}{\mu} RT_2$, звідки

$$V\Delta p = \frac{m}{\mu} R\Delta T, \text{ або } \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{V\Delta p}{R}.$$

Звідки $Q = \frac{VC_V \Delta p}{R} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 20,8 \cdot 0,1 \cdot 10^6}{8,31} = 500 \text{ Дж}$.

Відповідь: а) $Q = 700 \text{ Дж}$; б) $Q = 500 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 14. У закритому балоні об'ємом $V = 2 \text{ л}$ знаходиться азот, густина якого $\rho = 1,4 \text{ кг/м}^3$. Яку кількість тепла Q треба передати азоту, щоб нагріти його на $\Delta T = 100 \text{ К}$?

Дано: $V = 2 \text{ л}$, $\rho = 1,4 \text{ кг/м}^3$, $\Delta T = 100 \text{ К}$, $\mu(N_2) = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти Q .

Розв'язання

Оскільки об'єм азоту не змінюється, кількість тепла можна знайти за формулою $Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T$. Враховуючи, що $m = \rho V$, маємо:

$$Q = \frac{\rho V}{\mu} C_V \Delta T = \frac{1,4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} 20,8 \cdot 100 = 208 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $Q = 208 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 15. Для нагрівання деякої маси газу на $\Delta t_1 = 50^\circ \text{C}$ при $p = \text{const}$ необхідно витратити кількість тепла $Q_1 = 670 \text{ Дж}$. Якщо ту ж саму масу газу охолодити на $\Delta t_2 = 100^\circ \text{C}$ при $V = \text{const}$, то виділиться кількість тепла $Q_2 = 1005 \text{ Дж}$. Яке число ступенів свободи i мають молекули цього газу?

Дано: а) $\Delta t_1 = 50^\circ \text{C}$, $p = \text{const}$, $Q_1 = 670 \text{ Дж}$; б) $\Delta t_2 = 100^\circ \text{C}$, $V = \text{const}$, $Q_2 = 1005 \text{ Дж}$. Знайти i .

Розв'язання

Число ступенів свободи однозначно пов'язане з відношенням молярних теплоємностей, а саме як:

$$\gamma = C_P / C_V = (i + 2) / i,$$

тому $i = 2 / (\gamma - 1)$.

Записавши формули для кількості тепла, що передається газу (чи відбирається від нього) при сталому тиску і сталому об'ємі:

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_P \Delta T_1 = \frac{m}{\mu} C_P \Delta t_1, \quad Q_2 = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T_2 = \frac{m}{\mu} C_V \Delta t_2,$$

і поділивши першу формулу на другу, маємо:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_P}{C_V} \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \gamma \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}, \quad \gamma = \frac{Q_1 \cdot \Delta t_2}{Q_2 \cdot \Delta t_1} = \frac{670 \cdot 100}{1005 \cdot 50} = 1,33.$$

Звідки:

$$i = \frac{2}{\gamma - 1} = \frac{2}{1,33 - 1} = 6.$$

Відповідь: $i = 6$.

ЗАДАЧА 16. Маса $m=10$ г азоту знаходиться у закритому балоні при температурі при $t_1=7^\circ\text{C}$. Яку кількість тепла треба передати азоту, щоб збільшити середню квадратичну швидкість його молекул удвічі? У скільки разів при цьому зміниться температура газу? У скільки разів зміниться тиск газу на стінки балона?

Дано: $m=10$ г, $\mu(N_2)=28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $t_1=7^\circ\text{C}$, $\sqrt{\langle v_2^2 \rangle} / \sqrt{\langle v_1^2 \rangle} = 2$.

Знайти Q , T_2/T_1 , p_2/p_1 .

Розв'язання

Оскільки процес проходить при сталому об'ємі, то все тепло іде на збільшення внутрішньої енергії. Тому:

$$Q = U_2 - U_1 = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

Температура і середня квадратична швидкість однозначно зв'язані між собою формулою:

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3RT/\mu}.$$

Записавши цю формулу для двох станів газу:

$$\sqrt{\langle v_1^2 \rangle} = \sqrt{3RT_1/\mu}, \quad \sqrt{\langle v_2^2 \rangle} = \sqrt{3RT_2/\mu},$$

і враховуючи умову, що $\sqrt{\langle v_2^2 \rangle} / \sqrt{\langle v_1^2 \rangle} = 2$, маємо

$$\frac{\sqrt{\langle v_2^2 \rangle}}{\sqrt{\langle v_1^2 \rangle}} = 2 = \frac{\sqrt{3RT_2/\mu}}{\sqrt{3RT_1/\mu}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \quad \text{або } T_2 = 4T_1.$$

Звідки:

$$Q = \frac{m}{\mu} C_V (4T_1 - T_1) = \frac{3T_1 m C_V}{\mu} =$$

$$= \frac{3 \cdot 280 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20,8}{28 \cdot 10^{-3}} = 6240 \text{ Дж}$$

Для ізохорного процесу:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

тому:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1}{4T_1} = \frac{1}{4}, \text{ або } p_2 = 4p_1.$$

Відповідь: $Q=6240 \text{ Дж}$, $T_2/T_1 = 4$, $p_2/p_1 = 4$.

ЗАДАЧА 17. Обсерваторія розташована на висоті $h=3250 \text{ м}$ над рівнем моря. Знайти тиск p повітря на цій висоті. Температуру повітря вважати сталою і рівною $t=5^\circ \text{C}$. Молярна маса повітря $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Тиск повітря на рівні моря $p_0 = 101,3 \text{ кПа}$.

Дано: $h=3250 \text{ м}$, $t=5^\circ \text{C}$, $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $p_0 = 101,3 \text{ кПа}$. Знайти p .

Розв'язання

Скориставшись барометричною формулою:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right) = 101300 \exp\left(-\frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 3250}{8,31 \cdot 278}\right) = 67903 \text{ Па}$$

Відповідь: $p=67,9 \text{ кПа}$.

ЗАДАЧА 18. На якій висоті h густина газу вдвічі менша, ніж його густина на рівні моря? Температуру газу вважати сталою і рівною $t=0^\circ \text{C}$. Задачу розв'язати для: а) повітря; б) водню.

Дано: а) $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, б) $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $t=0^\circ \text{C}$, $\rho_1=2\rho_2$. Знайти h .

Розв'язання

У барометричній формулі $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$ тиск виразимо через густину $\rho=m/V$ газу скориставшись рівнянням Менделєєва – Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad p = \frac{\rho}{\mu} RT.$$

Одержаний вираз для тиску підставимо у барометричну формулу:

$$\frac{\rho}{\mu} RT = \frac{\rho_0}{\mu} RT \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right),$$

і після скорочення маємо формулу для залежності густини газу від висоти:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right).$$

Оскільки за умовою $\rho = \rho_0/2$, маємо:

$$\exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Звідки: } -\frac{\mu gh}{RT} = \ln\left(\frac{1}{2}\right), \text{ або } h = -\frac{RT}{\mu g} \ln\left(\frac{1}{2}\right).$$

Тоді, для повітря ($\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль):

$$h = -\frac{RT}{\mu g} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{8,31 \cdot 273}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 5527 \text{ м},$$

для водню ($\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль):

$$h = -\frac{RT}{\mu g} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{8,31 \cdot 273}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 80142 \text{ м}.$$

Відповідь: $h = 5527 \text{ м}, h = 80142 \text{ м}.$

ЗАДАЧА 19. Знайти середню довжину вільного пробігу $\bar{\lambda}$, молекул повітря за нормальних умов. Діаметр молекул повітря $d = 0,3$ нм.

Дано: $p = 1,01 \cdot 10^5$ Па, $T = 273$ К, $d = 0,3 \cdot 10^{-9}$ м. Знайти $\bar{\lambda}$.

Розв'язання

Середня довжина вільного пробігу $\bar{\lambda}$ знаходиться за формулою

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

Із формули для тиску $p = n k T$ знайдемо концентрацію n , підставивши у формулу для $\bar{\lambda}$, маємо

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (0,3 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 1,01 \cdot 10^5} = 93 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Відповідь: $\bar{\lambda} = 93$ нм.

ЗАДАЧА 20. Знайти середню кількість зіткнень \bar{z} за одиницю часу молекул вуглекислого газу при температурі $t = 100^\circ\text{C}$, якщо середня довжина вільного пробігу $\bar{\lambda} = 870$ мкм.

Дано: $\bar{\lambda} = 870 \cdot 10^{-6}$ м, $T = 273 + 100 = 373$ К, $\mu = \mu(\text{CO}_2) = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Знайти \bar{z} .

Розв'язання

Середня кількість зіткнень \bar{z} за одиницю часу знаходиться за формулою

$$\bar{z} = \langle v \rangle / \bar{\lambda},$$

де $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – середня арифметична швидкість. Тому

$$\bar{z} = \frac{1}{\bar{\lambda}} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \frac{1}{870 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 373}{3,14 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}} = 4,9 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}.$$

Відповідь: $\bar{z} = 4,9 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$.

ЗАДАЧА 21. У скільки разів зменшиться число зіткнень \bar{z} за одиницю часу молекул двохатомного газу, якщо об'єм газу адіабатично збільшити у 2 рази?

Дано: $V_2 = 2V_1$, $i = 5$. Знайти \bar{z}_1 / \bar{z}_2 .

Розв'язання

Оскільки середня кількість зіткнень \bar{z} за одиницю часу знаходиться за формулою

$$\bar{z} = \langle v \rangle / \bar{\lambda},$$

де $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – середня арифметична швидкість, а $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$ – середня довжина вільного пробігу. Тому

$$\bar{z} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cdot \sqrt{2}\pi d^2 n = 4d^2 n \sqrt{\frac{RT\pi}{\mu}}.$$

Записавши цей вираз для двох станів газу

$$\bar{z}_1 = 4d^2 n_1 \sqrt{\frac{RT_1\pi}{\mu}}, \quad \bar{z}_2 = 4d^2 n_2 \sqrt{\frac{RT_2\pi}{\mu}}.$$

і взявши їх відношення, маємо

$$\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{n_1}{n_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.$$

При адіабатичному розширенні зв'язок між температурами і об'ємами обчислюється за формулою

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1},$$

де γ – показник адіабати, який для двохатомного газу ($i = 5$) дорівнює $\gamma = 1,4$. Тому

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{2V_1}{V_1} \right) = 2^{0,4}.$$

Оскільки при збільшенні об'єму у два рази, концентрація молекул відповідно зменшиться у два рази, то $n_2 = n_1/2$. У результаті маємо

$$\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{n_1}{n_1/2} \sqrt{2^{0,4}} = 2 \cdot 2^{0,2} = 2^{1,2} = 2,3.$$

Відповідь: 2,3 рази.

ЗАДАЧА 22. При деякому тиску і температурі $t = 0^\circ \text{C}$ середня довжина вільного пробігу молекул кисню $\bar{\lambda}_1 = 95 \text{ нм}$. Знайти середнє число зіткнень \bar{z} за одиницю часу молекул кисню, якщо при тій же температурі тиск кисню зменшити у 100 разів?

Дано: $\bar{\lambda}_1 = 95 \cdot 10^{-9} \text{ м}$, $T = 273 \text{ К}$, $p_2 = p_1 / 100$. Знайти \bar{z} .

Розв'язання

Оскільки середня кількість зіткнень \bar{z} за одиницю часу знаходиться за формулою

$$\bar{z} = \langle v \rangle / \bar{\lambda},$$

де $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – середня арифметична швидкість,

а $\bar{\lambda} = \frac{l}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$ – середня довжина вільного пробігу.

Тому для двох станів газу $p_1, p_2 = p_1 / 100$

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p_1}, \quad \bar{\lambda}_2 = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p_2} = \frac{kT \cdot 100}{\sqrt{2}\pi d^2 p_1}.$$

Звідки

$$\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \frac{p_1}{p_2} = 100 \quad \text{або} \quad \bar{\lambda}_2 = 100 \cdot \bar{\lambda}_1.$$

У результаті

$$\bar{z} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cdot \frac{1}{100\bar{\lambda}_1} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{1}{100 \cdot 95 \cdot 10^{-9}} = 4,5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Відповідь: $\bar{z} = 4,5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

ЗАДАЧА 23. Знайти середній час $\bar{\tau}$ між двома послідовними зіткненнями молекул азоту при тиску $p = 133 \text{ Па}$ і температурі $t = 10^\circ \text{C}$.

Дано: $p = 133 \text{ Па}$, $T = 273 + 10 = 283 \text{ К}$, $\mu = \mu(N_2) = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти $\bar{\tau}$.

Розв'язання

Знайдемо час, за який молекула подолає відстань, що дорівнює довжині вільного пробігу

$$\bar{\tau} = \bar{\lambda} / \langle v \rangle,$$

$$\bar{\lambda} = \frac{l}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} - \text{довжина вільного пробігу},$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} - \text{середня арифметична швидкість},$$

$$\bar{\tau} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} = \frac{k}{4d^2 p} \sqrt{\frac{\mu T}{\pi R}}.$$

Звідки

$$\bar{\tau} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{4(0,3 \cdot 10^{-9})^2 133} \sqrt{\frac{0,028 \cdot 283}{3,14 \cdot 8,31}} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$$

Відповідь: $\bar{\tau} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$

ЗАДАЧА 24. Який тиск p треба створити всередині сферичної посудини, щоб молекули не зіштовхувались між собою, якщо діаметр посудини: а) $D = 1 \text{ см}$; б) $D = 10 \text{ см}$; в) $D = 100 \text{ см}$. Діаметр молекул газу $d = 0,3 \text{ нм}$. Температура $T = 273 \text{ К}$.

Дано: $d = 0,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$, $T = 273 \text{ К}$, а) $D = 0,01 \text{ м}$; б) $D = 0,1 \text{ м}$; в) $D = 1 \text{ м}$. Знайти p .

Розв'язання

Щоб молекули не зіштовхувались між собою необхідно щоб довжина вільного пробігу була не меншою, ніж геометричні розміри посудини, тобто щоб виконувалась умова $\bar{\lambda} \geq D$.

Тоді $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \geq D$, звідки випливає, що

$$p \leq \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 D} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{\sqrt{2} \cdot 3,14 (0,3 \cdot 10^{-9})^2 D} = \frac{9,43 \cdot 10^{-3}}{D}.$$

Відповідно для випадків а), б), в) маємо

$$p \leq \frac{9,43 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = 9,43 \cdot 10^{-1} \text{ Па};$$

$$p \leq \frac{9,43 \cdot 10^{-3}}{10^{-1}} = 9,43 \cdot 10^{-2} \text{ Па};$$

$$p \leq \frac{9,43 \cdot 10^{-3}}{1} = 9,43 \cdot 10^{-3} \text{ Па}.$$

Відповідь: а) $p \leq 943 \text{ мПа}$; б) $p \leq 94,3 \text{ мПа}$; в) $p \leq 9,43 \text{ мПа}$.

ЗАДАЧА 25. Маса $m = 10 \text{ г}$ кисню знаходиться під тиском $p = 300 \text{ кПа}$ і температурі $t_1 = 10^\circ \text{ С}$. Після нагрівання при $p = \text{const}$ газ зайняв об'єм $V_2 = 10 \text{ л}$.

Знайти кількість тепла Q , отриману газом, зміну внутрішньої енергії газу ΔU та роботу A , виконану газом при розширенні.

Дано: $m=10 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $p=3 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T_1=273+10=283 \text{ К}$,
 $V_2=10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $\mu=\mu(\text{O}_2)=32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти Q , ΔU , A .

Розв'язання

Кількість тепла при ізобаричному процесі обчислюють за формулою

$$Q = (m / \mu) C_p \Delta T,$$

де C_p – молярна теплоємність газу при $p=\text{const}$, для двоатомного газу $C_p = 29,1 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Згідно з першим законом термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

де $\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$, – зміна внутрішньої енергії,

$A = p \Delta V$ – виконана робота.

Із рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{p \Delta V}{R} = \frac{A}{R}.$$

Тоді

$$Q = \frac{C_p A}{R}, \quad \text{а} \quad \Delta U = \frac{i}{2} p \Delta V = \frac{i}{2} A.$$

Об'єм V_1 , що займав газ на початку процесу знайдемо із рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$V_1 = \frac{m R T_1}{\mu p} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 283}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^5} = 0,245 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Тоді

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 10^{-2} - 0,245 \cdot 10^{-2} = 0,755 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3,$$

$$A = p \Delta V = 3 \cdot 10^5 \cdot 0,755 \cdot 10^{-2} = 2,27 \cdot 10^3 \text{ Дж},$$

$$Q = \frac{C_p A}{R} = \frac{29,1 \cdot 2,27 \cdot 10^3}{8,31} = 7,93 \cdot 10^3 \text{ Дж},$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} A = \frac{5}{2} 2,27 \cdot 10^3 = 5,66 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Перевірка: $Q = \Delta U + A = 5,66 \cdot 10^3 + 2,27 \cdot 10^3 = 7,93 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

Відповідь: $Q = 7,93 \text{ кДж}$, $\Delta U = 5,66 \text{ кДж}$, $A = 2,27 \text{ кДж}$.

ЗАДАЧА 26. У закритій посудині знаходиться маса $m_1 = 20$ г азоту і маса $m_2 = 32$ г кисню. Знайти зміну внутрішньої енергії суміші газів ΔU при охолодженні її на $\Delta T = 28$ К.

Дано: $m_1 = 20 \cdot 10^{-3}$ кг, $\mu_1 = \mu(N_2) = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $m_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг, $\mu_2 = \mu(O_2) = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. $\Delta T = 28$ К. Знайти ΔU .

Розв'язання

Оскільки робота не виконується, то все тепло йде на збільшення внутрішньої енергії

$$Q = \Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2,$$

де ΔU_1 і ΔU_2 – зміна внутрішньої енергії азоту і кисню відповідно. Тоді

$$\begin{aligned} Q &= \frac{i}{2} \cdot \frac{m_1}{\mu_1} R \Delta T + \frac{i}{2} \cdot \frac{m_2}{\mu_2} R \Delta T = \frac{i}{2} \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) R \Delta T = \\ &= \frac{5}{2} \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{32 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \right) 8,31 \cdot 28 = 997,2 \text{ Дж} \approx 1 \text{ кДж}. \end{aligned}$$

Відповідь: $Q = 1$ кДж.

ЗАДАЧА 27. Двохатомному газу надана кількість тепла $Q = 2,093$ кДж. Газ розширюється при $p = \text{const}$. Знайти роботу A , виконану газом при розширенні.

Дано: $i = 5$, $Q = 2,093 \cdot 10^3$ Дж. Знайти A .

Розв'язання

Згідно з першим законом термодинаміки

$$Q = \Delta U + A,$$

де ΔU – зміна внутрішньої енергії,

$A = p \Delta V$ – виконана робота,

$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T$ – кількість тепла при ізобаричному процесі.

Із рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{p \Delta V}{R} = \frac{A}{R}.$$

Тоді

$$Q = \frac{C_p A}{R},$$

а

$$A = \frac{QR}{C_p} = \frac{2093 \cdot 8,31}{29,1} = 598 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $A = 598$ Дж.

ЗАДАЧА 28. У посудині під поршнем знаходиться маса $m=1$ г азоту. Яку кількість тепла Q треба витратити, щоб нагріти азот на $\Delta T = 10$ К? На скільки при цьому підніметься поршень? Маса поршня $M=1$ кг, площа його поперечного перерізу $S=10$ см². Тиск над поршнем $p=100$ кПа.

Дано: $m=1 \cdot 10^{-3}$ кг, $\mu = \mu(N_2) = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $\Delta T = 10$ К, $S=10 \cdot 10^{-4}$ м², $p=10^5$ Па. Знайти Q , Δh .

Розв'язання

Кількість тепла при ізобаричному процесі обчислюють за формулою

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T,$$

де C_p – молярна теплоємність газу при $p=\text{const}$, для двохатомного газу $C_p = 29,1$ Дж/(моль·К).

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} 29,1 \cdot 10 = 10,39 \text{ Дж}.$$

Згідно з першим законом термодинаміки частина цього тепла йде на збільшення внутрішньої енергії газу ΔU , а частина – на виконання роботи A

$$Q = \Delta U + A.$$

Обчисливши ΔU

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{5}{2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 10 = 7,42 \text{ Дж},$$

знаходимо роботу

$$A = Q - \Delta U = 10,39 - 7,42 = 2,97 \text{ Дж}.$$

Необхідно врахувати, що робота A складається із роботи зі зміни об'єму $A_1 = p \Delta V$ та роботи проти сил тяжіння при підйомі поршня на висоту Δh , $A_2 = F \Delta h$.

Тому

$$A = A_1 + A_2 = p \Delta V + F \Delta h = p S \Delta h + M g \Delta h = (p S + M g) \Delta h.$$

Звідки

$$\Delta h = \frac{A}{p S + M g} = \frac{2,97}{10^5 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 9,8} = 0,027 \text{ м}.$$

Відповідь: $\Delta h = 2,7$ см.

ЗАДАЧА 29. Маса $m=10,5$ г азоту ізотермічно розширюється при температурі $t = -23$ °С, причому його тиск змінюється від $p_1 = 250$ кПа до $p_2 = 100$ кПа. Знайти роботу A , яку виконує газ при розширенні.

Дано: $m=10,5 \cdot 10^{-3}$ кг, $\mu = \mu(N_2) = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $T = -23 + 273 = 250$ К, $p_1 = 2,5 \cdot 10^5$ Па, $p_2 = 10^5$ Па. Знайти A .

Розв'язання

При ізотермічному розширенні роботу обчислюють за формулою

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Відомо, що при $t = \text{const}$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

тому

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{p_1}{p_2} = 8,31 \cdot 250 \cdot \frac{10,5 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{2,5 \cdot 10^5}{10^5} = 714 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $A = 714 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 30. При ізотермічному розширенні газу, який займав об'єм $V_1 = 2 \text{ м}^3$, тиск його змінюється від $p_1 = 0,5 \text{ МПа}$ до $p_2 = 0,4 \text{ кПа}$. Знайти роботу A , яку виконує газ при розширенні.

Дано: $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $p_1 = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $p_2 = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Знайти A .

Розв'язання

При ізотермічному розширенні роботу обчислюють за формулою

$$A = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1} = \left| \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \right| = RT \frac{m}{\mu} \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Враховуючи рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT,$$

маємо

$$A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 0,5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot \ln \frac{0,5 \cdot 10^6}{0,4 \cdot 10^6} = 223 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $A = 223 \text{ кДж}$.

ЗАДАЧА 31. До якої температури t_2 охолоне повітря, яке знаходиться при $t_1 = 0^\circ\text{C}$, якщо воно розширюється адіабатично від об'єму V_1 до $V_2 = 2 V_1$?

Дано: $T_1 = 273 \text{ К}$, $V_2 = 2 V_1$. Знайти T_2 .

Розв'язання

При адіабатичному процесі

$$TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

де $\gamma = (i + 2)/i = 1,4$ – показник адіабати для двохатомного газу, $i = 5$ – число ступенів вільності.

Тому

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{2V_1}{V_1} \right)^{1,4-1} = 2^{0,4}.$$

Звідки $T_2 = T_1 / 2^{0,4} = 2^{-0,4} \cdot 273 = 207 \text{ K}$.

Відповідь: $T_2 = 207 \text{ K}$.

ЗАДАЧА 32. Газ розширюється адіабатично, причому його об'єм збільшується вдвічі, а термодинамічна температура спадає у 1,32 рази. Яку кількість ступенів вільності i мають молекули цього газу?

Дано: $V_2 = 2 V_1$, $T_2 = T_1 / 1,32$. Знайти i .

Розв'язання

Оскільки число ступенів вільності i однозначно пов'язане із показником адіабати формулою $\gamma = (i + 2)/i$, спочатку знайдемо саме цей показник.

При адіабатичному процесі

$$TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

Тому

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}.$$

Враховуючи умову

$$\frac{T_1}{T_1 / 1,32} = \left(\frac{2V_1}{V_1} \right)^{\gamma-1},$$

маємо

$$1,32 = 2^{\gamma-1} \quad \text{або} \quad 2^{\gamma} = 2,68.$$

Звідки

$$\gamma = \log_2 2,68 = 1,4.$$

Знаходимо i

$$i = \frac{2}{\gamma - 1} = \frac{2}{1,4 - 1} = 5.$$

Відповідь: $i = 5$.

ЗАДАЧА 33. Один кіломоль азоту, який знаходиться при нормальних умовах, розширюється адіабатично від об'єму V_1 до $V_2 = 5V_1$. Знайти зміну внутрішньої енергії ΔU газу і роботу A , яку виконав газ при розширенні.

Дано: $\nu = m/\mu = 1000$, $p_1 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T_1 = 273 \text{ K}$, $V_2 = 5V_1$. Знайти ΔU , A .

Розв'язання

При адіабатичному процесі $Q = \Delta U + A = 0$. Тому $\Delta U = -A$. Зміну внутрішньої енергії обчислимо за формулою

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) = C_V \frac{m}{\mu} (T_2 - T_1),$$

де $C_V = 20,8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}$ – молярна теплоємність двохатомного газу при сталому об'ємі. $m/\mu = 1000$ – кількість молів за умовою задачі.

Із рівняння адіабати у формі $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ знайдемо T_2

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{5V_1}{V_1} \right)^{1,4-1} = 5^{0,4} = 1,9;$$

$$T_2 = T_1 / 1,9 = 273 / 1,9 = 143,7 \text{ K}.$$

Підставивши у формулу для внутрішньої енергії, маємо

$$\Delta U = 20,8 \cdot 1000 (143,7 - 273) = -2689440 \text{ Дж}.$$

Відповідно робота дорівнює

$$A = -\Delta U = 2689440 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $\Delta U = -2,69 \text{ МДж}$, $A = 2,69 \text{ МДж}$.

ЗАДАЧА 34. Необхідно стиснути повітря від об'єму $V_1 = 10 \text{ л}$ до $V_2 = 2 \text{ л}$. Як вигідніше його стискати (адіабатично чи ізотермічно)?

Дано: $V_1 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $V_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Знайти $A_{\Delta Q=0} / A_{T=\text{const}}$.

Розв'язання

Робота при ізотермічному стисканні

$$A_{T=\text{const}} = RT_1 \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Робота при адіабатичному стисканні

$$A_{\Delta Q=0} = \frac{RT_1}{\gamma-1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right].$$

Взявши відношення робіт у цих процесах та враховуючи, що для повітря $\gamma = 1,4$, маємо

$$\frac{A_{\Delta Q=0}}{A_{T=\text{const}}} = \frac{1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1}}{(\gamma-1) \ln(V_2/V_1)} = \frac{1 - 5^{\gamma-1}}{0,4 \ln 0,2} = 1,4.$$

Відповідь: ізотермічне стискання вигідніше, тому що робота у 1,4 рази менша, ніж при адіабатичному стисканні.

ЗАДАЧА 35. Маса $m = 10 \text{ г}$ кисню, який знаходиться при нормальних умовах, стискається до об'єму $V_2 = 1,4 \text{ л}$. Знайти тиск p_2 і температуру t_2 кисню після стискання, якщо кисень стискається: а) ізотермічно; б) адіабатично. Знайти роботу A стискання у кожному з цих випадків.

Дано: $m = 10 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $\mu = \mu(\text{O}_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $T_1 = 273 \text{ К}$, $p_1 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $V_2 = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Знайти p_2 , T_2 , A .

Розв'язання

а) При ізотермічному процесі $T_1 = T_2 = 273 \text{ К}$. Тиск після ізотермічного стискання знайдемо із рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_2, \quad p_2 = \frac{mRT_2}{\mu V_2} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 273}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4 \cdot 10^{-3}} = 506000 \text{ Па}.$$

Роботу обчислимо за формулою

$$A = RT_1 \frac{m}{\mu} \ln \frac{p_1}{p_2} = 8,31 \cdot 273 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{101000}{506000} = -1142 \text{ Дж.}$$

б) Об'єм кисню до адіабатичного стискання знайдемо із рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p_1} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 273}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 101000} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Тиск у кінці адіабатичного стискання знайдемо із рівняння адіабати

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma, \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 101000 \left(\frac{7 \cdot 10^{-3}}{1,4 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,4} = 961345 \text{ Па.}$$

Температуру можна знайти із рівняння адіабати

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1},$$

або із рівняння Менделєєва-Клапейрона $p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_2$.

Скориставшись останнім, маємо

$$T_2 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR} = \frac{961345 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 518 \text{ К.}$$

Роботу обчислимо за формулою

$$A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{8,31 \cdot 273}{1,4-1} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \left[1 - \left(\frac{7 \cdot 10^{-3}}{1,4 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,4-1} \right] = -1600 \text{ Дж.}$$

Відповідь: а) $T_2 = 273 \text{ К}$, $p_2 = 506 \text{ кПа}$, $A = -1142 \text{ Дж}$;

б) $T_2 = 518 \text{ К}$, $p_2 = 961 \text{ кПа}$, $A = -1600 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 36. У скільки разів збільшиться довжина вільного пробігу молекул двохатомного газу, якщо його тиск зменшиться вдвічі при розширенні газу: а) ізотермічно, б) адіабатично?

Дано: $p_2 = p_1/2$, $i = 5$. Знайти $\bar{\lambda}_2 / \bar{\lambda}_1$.

Розв'язання

Довжина вільного пробігу обчислюється за формулою

$$\bar{\lambda} = \frac{l}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

яку з урахуванням рівняння для тиску $p = nkT$ можна подати у вигляді

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}.$$

Для двох станів газу p_1 , T_1 та p_2 , T_2 довжини вільного пробігу відповідно мають значення

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{kT_1}{\sqrt{2}\pi d^2 p_1}, \quad \bar{\lambda}_2 = \frac{kT_2}{\sqrt{2}\pi d^2 p_2}.$$

Взявши відношення цих довжин, отримаємо формулу

$$\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

а) при ізотермічному процесі $T_1 = T_2$, тому

$$\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_1/2} = 2,$$

$$\bar{\lambda}_2 = 2\bar{\lambda}_1;$$

б) при адіабатичному процесі

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.$$

Підставивши цю формулу у відношення довжин вільного пробігу і враховуючи, що для двохатомного газу ($i=5$) $\gamma=1,4$ остаточно знаходимо

$$\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{p_1}{p_1/2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 2^{\frac{1}{\gamma}} = 2^{\frac{1}{1,4}} = 2^{0,71} = 1,64.$$

$$\bar{\lambda}_2 = 1,64\bar{\lambda}_1.$$

Відповідь: а) $\bar{\lambda}_2 = 2\bar{\lambda}_1$; б) $\bar{\lambda}_2 = 1,64\bar{\lambda}_1$.

ЗАДАЧА 37. Маса одного кіломоля вуглекислого газу $m=44$ кг. Визначити густину вуглекислого газу за нормальних умов. Визначити масу однієї молекули вуглекислого газу.

Дано: $m=44$ кг, $V=22,4$ м³, $\mu = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Знайти ρ , m_0 .

Розв'язання:

За нормальних умов один кіломоль вуглекислого газу CO_2 займає об'єм $V=22,4$ м³. Тоді густина газу $\rho=m/V=44/22,4=1,96$ кг/м³.

У одному молі міститься $N_A = 6,022045 \cdot 10^{23}$ молекул. У кіломолі відповідно у 1000 разів більше $N = N_A \cdot 1000 = 6,02 \cdot 10^{26}$ молекул. Отже, на долю однієї молекули припадає маса:

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{44}{6,02 \cdot 10^{26}} = 7,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Відповідь: $\rho = 1,96 \text{ кг/м}^3$, $m_0 = 7,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

ЗАДАЧА 38. Скільки молекул газу міститься у балоні місткістю $V=60 \text{ л}$ при температурі $T=300 \text{ К}$ і тиску $p=5 \cdot 10^3 \text{ Па}$?

Дано: $V = 60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $T = 300 \text{ К}$, $p = 5 \cdot 10^3 \text{ Па}$. Знайти N .

Розв'язання

Число молекул в одиниці об'єму газу при температурі T і тиску p визначається із формули $p=nkT$. Звідки $n=p/kT$. У об'ємі V число молекул:

$$N = nV = \frac{pV}{kT} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 7,2 \cdot 10^{22}.$$

Задачу можна розв'язати іншим способом. Відомо, що у одному молі міститься число Авогадро молекул, тобто $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$. Тому число молекул у балоні $N = (m/\mu)N_A$. Кількість молів m/μ визначимо із рівняння

Менделєєва–Клапейрона $\frac{m}{\mu} = \frac{pV}{RT}$, а врахувавши, що $k = R/N_A$, маємо:

$$N = \frac{pV}{RT} N_A = \frac{pV}{kT} = 7,2 \cdot 10^{22}.$$

Відповідь: $N = 7,2 \cdot 10^{22}$.

ЗАДАЧА 39. Оцінити наближено розмір атома ртуті. Молярна маса ртуті $\mu = 200,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Дано: $\mu = 200,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Знайти r .

Розв'язання

Маса одного атома ртуті $m_0 = \mu/N_A$. Наближено об'єм одного атома

$$V = \frac{m_0}{\rho} = \frac{\mu}{\rho N_A},$$

де $\rho = 11300 \text{ кг/м}^3$ – густина ртуті. Тоді наближений розмір атома:

$$r = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}} = \sqrt[3]{\frac{200,6 \cdot 10^{-3}}{11300 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Відповідь: $r = 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

ЗАДАЧА 40. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу, густина якого при тиску $p=0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, становить $\rho=4,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$.

Дано: $p=0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\rho=4,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$. Знайти $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$.

Розв'язання

Згідно з основним рівнянням кінетичної теорії тиск дорівнює:

$$p = (1/3) n m_0 \langle v^2 \rangle.$$

Оскільки за означенням густина – це маса одиниці об'єму, то можна записати, що $\rho = n m_0$. Тоді $p = (1/3) \rho \langle v^2 \rangle$.

$$\text{Звідки } \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,5 \cdot 10^5}{4,1 \cdot 10^{-2}}} = 1913 \text{ м/с}.$$

$$\text{Відповідь: } \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 1913 \text{ м/с}.$$

ЗАДАЧА 41. У кімнаті об'ємом $V=60 \text{ м}^3$ випарували краплину парфумів, яка містила $m=10^{-4} \text{ г}$ пахучої речовини, молярна маса якої $\mu = 1 \text{ кг/моль}$. Скільки молекул пахучої речовини потрапляє у легені людини при кожному вдиханні (об'єм легень людини $V_0=1 \text{ л}$).

Дано: $V=60 \text{ м}^3$, $m=10^{-4} \text{ г}$, $\mu = 1 \text{ кг/моль}$, $V_0=1 \text{ л}$. Знайти n .

Розв'язання

У об'ємі V кімнати міститься N молекул пахучої речовини:

$$N = (m/\mu) N_A = (10^{-7} / 1) 6,02 \cdot 10^{23} = 6 \cdot 10^{16}.$$

У об'ємі V_0 легень людини міститься n молекул пахучої речовини. Склавши пропорцію:

$$V - N$$

$$V_0 - n,$$

і розв'язавши її відносно n маємо:

$$n = \frac{V_0}{V} N = \frac{10^{-3}}{60} 6 \cdot 10^{16} = 10^{12}.$$

$$\text{Відповідь: } n = 10^{12}.$$

ЗАДАЧА 42. Балон з киснем під тиском $p_1=10^6 \text{ Па}$ стояв у приміщенні при температурі $T_1=300 \text{ К}$. Потім балон винесли на вулицю і підключили до газозварювального апарату. Яку частину кисню витратили при зварюванні, якщо після закінчення роботи тиск у балоні дорівнює $p_2=5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а температура на вулиці $T_2=250 \text{ К}$?

Дано: $p_1=10^6 \text{ Па}$, $T_1=300 \text{ К}$, $p_2=5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T_2=250 \text{ К}$. Знайти n .

Розв'язання

Витрачена частина кисню x дорівнює $x = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1}$, де m_1, m_2 –

відповідно початкова і кінцева маси кисню в балоні. Відношення $\frac{m_2}{m_1}$ знайдемо

записавши рівняння Менделєєва – Клапейрона для кінцевого і початкового станів кисню у балоні:

$$p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT_2, \quad p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1.$$

Поділивши ці дві рівності почленно, знайдемо

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1}.$$

$$\text{Звідки } x = 1 - \frac{T_1 p_2}{T_2 p_1} = 1 - \frac{300 \cdot 5 \cdot 10^5}{250 \cdot 10^6} = 0,4.$$

Відповідь: $x = 0,4$.

ЗАДАЧА 43 Визначити густину суміші, яка містить $m_1 = 4$ г водню і $m_2 = 32$ г кисню при температурі $T = 280$ К і загальному тиску $p = 10^5$ Па.

Дано: $m_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг, $T = 280$ К, $p = 10^5$ Па. Знайти ρ .

Розв'язання

Густина суміші газів дорівнює $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}$.

Згідно до закону Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right),$$

де $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $\mu_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярні маси водню і кисню відповідно.

Тоді знайшовши об'єм суміші газів:

$$V = \frac{RT}{p} \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right),$$

для її густини маємо:

$$\rho = \frac{(m_1 + m_2)p}{RT \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right)} = \frac{(4 \cdot 10^{-3} + 32 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^5}{8,31 \cdot 280 \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} + \frac{32 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \right)} = 0,51 \text{ кг/м}^3.$$

Відповідь: $\rho = 0,51$ кг/м³.

ЗАДАЧА 44. Водень, що зберігається у балоні об'ємом $V=100$ л під тиском $p=10^7$ Па, використовують для заповнення метеорологічних куль-зондів, повинен мати підймальну силу $F=20$ Н. Скільки куль можна заповнити воднем з одного балона? Температура водню у балоні і кулях дорівнює температурі навколишнього повітря $T=300$ К. Молярна маса водню $\mu_1=2\cdot10^{-3}$ кг/моль, молярна маса повітря $\mu_2=29\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Дано: $V=0,1$ м³, $p=10^7$ Па, $F=20$ Н, $T=300$ К, $\mu_1=2\cdot10^{-3}$ кг/моль, $\mu_2=29\cdot10^{-3}$ кг/моль. Знайти n .

Розв'язання

При атмосферному тиску p_0 водень займає об'єм V_0 , а при тиску $p=10^7$ Па його об'єм V . Із рівняння $p_0 V_0 = pV$ знайдемо об'єм V_0 водню при атмосферному тиску $V_0 = pV/p_0$. Куля з таким об'ємом V_0 мала б підймальну силу:

$$F_0 = gV_0(\rho_2 - \rho_1),$$

де ρ_1, ρ_2 – густини водню і повітря відповідно.

Враховуючи рівняння Менделєєва – Клапейрона:

$$p_0 V_0 = \frac{m_1}{\mu_1} RT, \quad p_0 V_0 = \frac{m_2}{\mu_2} RT,$$

для густин $\rho_1 = m_1/V_0$ і $\rho_2 = m_2/V_0$ маємо:

$$\rho_1 = \frac{p_0 \mu_1}{RT}, \quad \rho_2 = \frac{p_0 \mu_2}{RT}.$$

Тому підймальна сила F_0 дорівнює:

$$F_0 = gV_0 \left(\frac{p_0 \mu_2}{RT} - \frac{p_0 \mu_1}{RT} \right) = g \frac{p_0 V_0}{RT} (\mu_2 - \mu_1) = g \frac{pV}{RT} (\mu_2 - \mu_1),$$

$$F_0 = 9,81 \cdot \frac{10^7 \cdot 0,1}{8,31 \cdot 300} (29 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) \approx 100 \text{ Н}.$$

Кількість куль дорівнює $n = F_0/F = 100/20 = 5$.

Відповідь: $n=5$.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Назаренко Є. І. Конспект лекцій з дисциплін «Фізика» та «Загальна фізика» (для студентів 1 курсу денної та 1-2 курсів заочної форм навчання бакалаврів спеціальностей: 101 – Екологія, 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології, 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 183 – Технології захисту навколишнього середовища, 185 – Нафтогазова інженерія та технології, 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 193 – Геодезія та землеустрій, 206 – Садово-паркове господарство, 263 – Цивільна безпека, 275 – Транспортні технології) / Є. І. Назаренко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 100 с.

2. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу «Загальна фізика». Розділ «Молекулярна фізика і термодинаміка» (для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання за напрямками підготовки бакалаврів 6.050701 – Електротехніка та електротехнології, 6.050702 – Електромеханіка) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : О. М. Петченко, Г. О. Петченко, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015. – 35 с.

3. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з розділу «Молекулярна фізика» курсу «Фізика» (для студентів 1 курсу денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямками 0906 – Електротехніка, 0708 – Екологія, 0921 – Будівництво, 0922 – Електромеханіка, 0926 – Водні ресурси, 1004 – Транспортні технології, 0709 – Геодезія) / Уклад. : О. М. Петченко, Є. І. Назаренко, Є. С. Орел, М. В. Любченко. – Харків : ХНАМГ, 2008. – 71 с.

4. Методичні вказівки із самостійної роботи студентів з курсу фізики (для студентів 1 курсу денної та 1 – 2 курсів заочної форм навчання бакалаврів спеціальностей : 101 – Екологія, 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології, 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 183 – Технології захисту навколишнього середовища, 185 – Нафтогазова інженерія та технології, 192 – Будівництво та цивільна інженерія, 193 – Геодезія та землеустрій, 206 – Садово-паркове господарство, 263 – Цивільна безпека, 275 – Транспортні технології) / Уклад. : А. В. Безуглий, О. М. Петченко, А. С. Сисоєв. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 50 с.

Виробничо-практичне видання

Методичні рекомендації
до виконання практичних робіт
із розділу

«МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА»

з дисциплін

«ФІЗИКА» та «ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА»

(для студентів 1 курсу денної та 1 – 2 курсів заочної форм навчання бакалаврів за спеціальностями:

101 – Екологія,

122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології,

141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка,

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології,

183 – Технології захисту навколишнього середовища,

185 – Нафтогазова інженерія та технології,

192 – Будівництво та цивільна інженерія,

193 – Геодезія та землеустрій,

206 – Садово-паркове господарство,

263 – Цивільна безпека,

275 – Транспортні технології)

Укладачі: **ПЕТЧЕНКО** Олександр Матвійович,
НАЗАРЕНКО Євген Іванович,
ОРЕЛ Євген Станіславович

Відповідальний за випуск *Є. І. Назаренко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *Є. І. Назаренко*

План 2018, поз. 250М

Підп. до друку 12.10.2018. Формат 60 × 84/16.

Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 2,0.

Тираж 50 пр. Зам. № .

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.

Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 5328 від 11.04.2017.